

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа по геометрии для 11-х классов составлена на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования (приказ МО и Н РФ от 05.03.2004г. № 1089), программы для общеобразовательных учреждений, 10 – 11 классы. Геометрия. Составитель Т.А. Бурмистрова /2-е изд. – М.: Просвещение, 2010 – 96 с.

### Рабочая программа составлена с учетом следующего учебно-методического комплекта:

- Геометрия, 10 – 11. Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. / 17-е изд. - М.: Просвещение, 2008– 255 с.:ил
- Геометрия. Дидактические материалы. 11 класс: пособие для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни/ Б.Г. Зив. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 128 с.: ил.

### Количество часов по плану:

всего – 68 ч;

в неделю – 2 ч;

контрольные работы – 3 ч

зачеты – 4 ч

Изучение математики на базовом уровне среднего (полного) общего образования направлено на достижение следующих **целей**:

- **формирование** представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **овладение** математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественно-научных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- **воспитание** средствами математики культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимание значимости математики для общественного прогресса.

### Общая характеристика учебного предмета

Математическое образование в основной школе складывается из следующих содержательных компонентов (точные названия блоков): **арифметика; алгебра; геометрия; элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики**. В своей совокупности они отражают богатый опыт обучения математике в нашей стране, учитывают современные тенденции отечественной и зарубежной школы и позволяют реализовать поставленные перед школьным образованием цели на информационно емком и практически значимом материале. Эти содержательные компоненты, развиваясь на протяжении всех лет обучения, естественным образом переплетаются и взаимодействуют в учебных курсах.

**Геометрия** — один из важнейших компонентов математического образования, необходимый для приобретения конкретных знаний о пространстве и практически значимых умений, формирования языка описания объектов окружающего мира, для развития пространственного

воображения и интуиции, математической культуры, для эстетического воспитания обучающихся. Изучение геометрии вносит вклад в развитие логического мышления, в формирование понятия доказательства.

**Таким образом, в ходе освоения содержания курса учащиеся получают возможность:**

- развить логическое мышление и речь – умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- сформировать представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

Формы промежуточной и итоговой аттестации: промежуточная аттестация проводится в форме тестов, контрольных, проверочных, самостоятельных работ, тематических зачетов.

Ведущими методами обучения предметов являются: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный и частично-поисковый. На уроках используются элементы следующих технологий: личностно-ориентированное обучение, технологии развивающего обучения, обучение с применением ИКТ.

## СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 11 КЛАССА

### **Глава IV. Векторы в пространстве.**

Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы.

*Цель: закрепить известные учащимся из курса планиметрии сведения о векторах и действиях над ними, ввести понятие компланарных векторов в пространстве и рассмотреть вопрос о разложении любого вектора по трем данным некопланарным векторам.*

Основные определения, относящиеся к действиям над векторами в пространстве, вводятся так же, как и для векторов на плоскости. Поэтому изложение этой части материала является достаточно сжатым. Более подробно рассматриваются вопросы, характерные для векторов в пространстве: компланарность векторов, правило параллелепипеда сложения трех некопланарных векторов, разложение вектора по трем некопланарным векторам.

### **Глава V. Метод координат в пространстве. Движения.**

Координаты точки и координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Движения.

*Цель: сформировать умение учащихся применять векторно-координатный метод к решению задач на вычисление углов между прямыми и плоскостями и расстояний между двумя точками, от точки до плоскости.*

Данный раздел является непосредственным продолжением предыдущего. Вводится понятие прямоугольной системы координат в пространстве, даются определения координат точки и координат вектора, рассматриваются простейшие задачи в координатах. Затем вводится скалярное произведение векторов, кратко перечисляются его свойства (без доказательства, поскольку соответствующие доказательства были в курсе планиметрии) и выводятся формулы для вычисления углов между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.

В конце раздела изучаются движения в пространстве: центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия.

### **Глава VI. Цилиндр, конус, шар.**

Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра. Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус. Сфера и шар. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.

*Цель: дать учащимся систематические сведения об основных телах и поверхностях вращения – цилиндре, конусе, сфере, шаре.*

Изучение круглых тел (цилиндра, конуса, шара) и их поверхностей завершает знакомство учащихся с основными пространственными фигурами. Вводятся понятия цилиндрической и конической поверхностей, цилиндра, конуса, усеченного конуса. С помощью разверток определяются площади их боковых поверхностей, вводятся соответствующие формулы. Затем даются определения сферы и шара, выводится уравнение сферы и с его помощью исследуется вопрос о взаимном расположении сферы и плоскости. Площадь сферы определяется как предел последовательности площадей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани. В задачах рассматриваются различные комбинации круглых тел и многогранников, в частности описанные и вписанные призмы и пирамиды.

## **Глава VII. Объемы тел.**

Объем прямоугольного параллелепипеда. Объемы прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы. Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.

*Цель: ввести понятие объема тела и вывести формулы для вычисления объемов основных многогранников и круглых тел, изученных в курсе стереометрии.*

Понятие тела вводится аналогично понятию площади плоской фигуры. Формируются основные свойства объемов и на их основе выводится формула объема прямоугольного параллелепипеда, а затем прямой призмы и цилиндра. Формулы объемов других тел выводятся с помощью интегральной формулы. Формула объема шара используется для вывода площади сферы.

### **Обобщающее повторение.**

*Цель: повторение, обобщение и систематизация знаний, умений и навыков за курс геометрии 10 – 11 класса.*

**В результате изучения курса геометрии в 11 классе на базовом уровне обучающиеся должны:**

#### **знать/понимать**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки; возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.

#### **уметь**

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы, соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела, выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
  - проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
  - вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## ПРОГРАММНОЕ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОСНАЩЕНИЕ УЧЕБНОГО ПЛАНА

Класс	Количество часов в неделю согласно Учебному плану школы			Реквизиты программы	УМК обучающихся	УМК учителя
	Федерал. компонент	Регион. компонент	Школьн. компонент			
11	1	-	1	<p>Геометрия. Программы для общеобразовательных учреждений, 10 – 11 классы. Составитель Т.А. Бурмистрова /2-е изд. – М.: Просвещение, 2010 – 96 с.</p>	<p>- Геометрия, 10 – 11. Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. / 17-е изд. - М.: Просвещение, 2008– 255 с.:ил</p>	<p>- Геометрия, 10 – 11. Учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. / 17-е изд. - М.: Просвещение, 2008– 255 с.:ил</p> <p>- Геометрия. Дидактические материалы. 11 класс: пособие для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни/ Б.Г. Зив. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 128 с.: ил.</p>

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Тема	Количество часов (вместе с контрольными работами)
1	Повторение. Избранные вопросы стереометрии 10 класса	5 ч.
2	Глава VI. Цилиндр, конус, шар	16 ч.
3	Глава VII. Объемы тел	17 ч.
4	Глава IV. Векторы в пространстве	6 ч.
5	Глава V. Метод координат в пространстве	15 ч.
6	Заключительное повторение при подготовке к итоговой аттестации по геометрии	9 ч.

## КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 11 КЛАССА

№	Содержание учебного материала	Домашнее задание	Планируемая дата проведения урока
<b>Повторение. Избранные вопросы стереометрии 10 класса (5 ч)</b>			
1	Повторение. Тетраэдр. Решение задач.		
2	Повторение. Теорема о трех перпендикулярах. Решение задач.		
3	Повторение. Прямоугольный параллелепипед. Решение задач.		
4	Повторение. Призма. Решение задач.		
5	Повторение. Пирамида. Решение задач.		
<b>Глава VI. Цилиндр, конус, шар (16 ч)</b>			
6	Понятие цилиндра. Площадь поверхности цилиндра.		
7	Комбинации цилиндра с многогранниками. Решение задач.		
8	Решение задач на тему «Цилиндр».		
9	Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Решение задач.		
10	Усеченный конус. Решение задач.		
11	Решение задач на тему «Конус».		
12	Площадь поверхности тела вращения. Комбинации конуса с многогранниками.		
13	Сфера и шар. Уравнение сферы. Решение задач.		
14	Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Решение задач.		
15	Решение задач на взаимное расположение сферы и плоскости.		
16	Решение задач на многогранники, цилиндр, конус.		
17	Площадь сферы. Решение задач.		
18	Решение задач на вычисление площади сферы.		
19	Комбинации сферы с другими геометрическими телами.		
20	Зачет №1 по теме «Цилиндр, конус, шар». Подготовка к контрольной работе.		
21	Контрольная работа № 1 по теме «Цилиндр, конус, шар».		
<b>Глава VII. Объемы тел (17 ч)</b>			
22	Анализ контрольной работы. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.		
23	Решение задач на вычисление объема прямоугольного параллелепипеда.		
24	Решение задач.		
25	Объем прямой призмы и цилиндра. Решение задач.		

26	Решение задач.		
27	Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла. Объем наклонной призмы.		
28	Решение задач на вычисление объема наклонной призмы.		
29	Объем пирамиды. Решение задач.		
30	Объем конуса. Решение задач.		
31	Объем усеченной пирамиды. Объем усеченного конуса.		
32	Объем шара. Решение задач.		
33	Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора. Решение задач.		
34	Площадь сферы. Решение задач.		
35	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар.		
36	Решение задач по теме «Объемы тел».		
37	Зачет №2 по теме «Объемы тел». Подготовка к контрольной работе.		
38	Контрольная работа №2 по теме «Объемы тел».		
<b>Глава IV. Векторы в пространстве (6 ч)</b>			
39	Анализ контрольной работы. Понятие вектора в пространстве. Равенство векторов. Решение задач.		
40	Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов. Решение задач.		
41	Умножение вектора на число. Решение задач.		
42	Компланарные векторы. Правило параллелепипеда. Разложение вектора по трем некопланарным векторам.		
43	Решение задач на разложение вектора по трем некопланарным векторам.		
44	Зачет №3 по теме «Векторы в пространстве».		
<b>Глава V. Метод координат в пространстве (15 ч)</b>			
45	Прямоугольная система координат в пространстве. Решение задач.		
46	Координаты вектора. Решение задач.		
47	Связь между координатами векторов и координатами точек. Решение задач.		
48	Простейшие задачи в координатах.		
49	Решение задач с применением опорных формул.		
50	Решение задач на определение коллинеарности и компланарности векторов.		
51	Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.		
52	Решение задач на вычисление скалярного произведения векторов.		
53	Решение тренировочных упражнений по теме «Скалярное произведение векторов».		
54	Вычисление углов между прямыми и плоскостями.		
55	Уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.		
56	Центральная симметрия. Осевая симметрия. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос.		



57	Решение задач по теме «Движения».		
58	Зачет №4 по теме «Метод координат в пространстве». Подготовка к контрольной работе.		
59	Контрольная работа №3 по теме «Метод координат в пространстве».		
<b>Заключительное повторение при подготовке к итоговой аттестации по геометрии (9 ч)</b>			
60	Анализ контрольной работы.		
61	Решение типовых тестовых заданий по теме «Векторы в пространстве».		
62	Решение типовых тестовых заданий по теме «Компланарные векторы».		
63	Решение типовых тестовых заданий по теме «Метод координат в пространстве».		
64	Решение типовых тестовых заданий по теме «Скалярное произведение векторов».		
65	Решение типовых тестовых заданий по теме «Многогранники».		
66	Решение типовых тестовых заданий по теме «Цилиндр, конус и шар».		
67	Решение типовых тестовых заданий по теме «Объемы тел».		
68	Повторно обобщающий урок.		

# **Фонд оценочных средств**

## **Критерии и нормы оценки знаний, умений и навыков обучающихся по геометрии.**

Оценка «5» ставится, если обучающийся:

- Показывает глубокое и полное знание и понимание всего объема программного материала; полное понимание сущности рассматриваемых понятий, явлений и закономерностей, теорий, взаимосвязей.
- Умеет составлять полный и правильный ответ на основе изученного материала; выделять главные положения, самостоятельно подтверждать ответ конкретными примерами, фактами; самостоятельно и аргументированно делать анализ, обобщать, выводы.
- Устанавливает межпредметные (на основе ранее приобретенных знаний) и внутри предметные связи, творчески применяет полученные знания в незнакомой ситуации.
- Последовательно, четко, связно, обоснованно и безошибочно излагает учебный материал: дает ответ в логической последовательности с использованием принятой терминологии; делает собственные выводы; формирует точное определение и истолкование основных понятий, законов, теорий, правильно и обстоятельно отвечает на дополнительные вопросы учителя.
- Самостоятельно и рационально использует наглядные пособия, справочные материалы, учебник, дополнительную литературу, первоисточники; применяет систему условных обозначений при ведении записей, сопровождающих ответ; использует для доказательства выводы из наблюдений и опытов.
- Самостоятельно, уверенно и безошибочно применяет полученные знания в решении проблем на творческом уровне; допускает не более одного недочета, который легко исправляет по требованию учителя; имеет необходимые навыки работы с приборами, чертежами, схемами и графиками, сопутствующими ответу; записи, сопровождающие ответ, соответствуют требованиям.

Оценка «4» ставится, если обучающийся:

- Показывает знания всего изученного программного материала.
- Дает полный и правильный ответ на основе изученных теорий; допускает незначительные ошибки и недочеты при воспроизведении изученного материала, определения понятий, неточности при использовании научных терминов или в выводах и обобщениях из наблюдений и опытов; материал излагает в определенной логической последовательности, при этом допускает одну негрубую ошибку или не более двух недочетов и может их исправить самостоятельно при требовании или при небольшой помощи преподавателя; в основном усвоил учебный материал; подтверждает ответ конкретными примерами; правильно отвечает на дополнительные вопросы учителя.
- Умеет самостоятельно выделять главные положения в изученном материале; на основании фактов и примеров обобщать, делать выводы, устанавливать внутри предметные связи.
- Применяет полученные знания на практике в видоизмененной ситуации, соблюдает основные правила культуры устной и письменной речи, использует научные термины.
- Не обладает достаточным навыком работы со справочной литературой, учебником, первоисточниками (правильно ориентируется, но работает медленно). Допускает негрубые нарушения правил оформления письменных работ.

Оценка «3» ставится, если обучающийся:

- Усвоил основное содержание учебного материала, имеет пробелы в усвоении материала, не препятствующие дальнейшему усвоению программного материала; материал излагает несистематизированно, фрагментарно, не всегда последовательно.
- Показывает недостаточную сформированность отдельных знаний и умений; выводы и обобщения аргументирует слабо, допускает в них ошибки.

- Допустил ошибки и неточности в использовании научной терминологии, определения понятий дал недостаточно четкие; не использовал в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, фактов, опытов или допустил ошибки при их изложении.
- Испытывает затруднения в применении знаний, необходимых для решения задач различных типов, при объяснении конкретных явлений на основе теории, или в подтверждении конкретных примеров практического применения теории.
- Отвечает неполно на вопросы учителя (упуская и основное), или воспроизводит содержание текста учебника, но недостаточно понимает отдельные положения, имеющие важное значение в этом тексте.
- Обнаруживает недостаточное понимание отдельных положений при воспроизведении текста учебника (записей, первоисточников) или отвечает неполно на вопросы учителя, допускает одну – две грубые ошибки.

Оценка «2» ставится, если обучающийся:

- Не усвоил и не раскрыл основное содержание материала; не делает выводов и обобщений.
- Не знает и не понимает значительную или основную часть программного материала в пределах поставленных вопросов или имеет слабо сформированные и неполные знания и не умеет применять их к решению конкретных вопросов и задач по образцу.
- При ответе (на один вопрос) допускает более двух грубых ошибок, которые не может исправить даже при помощи учителя.
- Не может ответить ни на один из поставленных вопросов.
- Полностью не усвоил материал.

### **Критерии оценок за письменную работу по геометрии.**

Оценка «5» ставится, если обучающийся:

- Выполнил работу без ошибок и недочетов;
- Допустил не более одного недочета;

Оценка «4» ставится, если обучающийся:

- Не более одной негрубой ошибки и одного недочета;
- Не более двух недочетов.

Оценка «3» ставится, если обучающийся:

- Не более двух грубых ошибок или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; не более двух, трех негрубых ошибок или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
- При отсутствии ошибок, но при наличии четырех, пяти недочетов.

Оценка «2» ставится, если обучающийся:

- Допустил число ошибок недочетов, превышающее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».
- Если правильно выполнил менее половины работы.
- Не приступил к выполнению работы.
- Правильно выполнил не более 10% всех заданий.

## Рекомендации для учащихся по выполнению контрольных работ.

### Контрольная работа № 1.

- Прямоугольная система координат.
- Координаты вектора.
- Координаты середины отрезка.
- Вычисление длины вектора по его координатам.
- Расстояние между двумя точками.
- Скалярное произведение векторов.

### Контрольная работа № 2.

- **Цилиндр.** Площадь поверхности цилиндра.
- **Конус, усеченный конус.** Площадь поверхности конуса.
- **Сфера. Шар.** Взаимное расположение сферы и плоскости. Площадь.

### Контрольная работа № 3.

- Объем прямоугольного параллелепипеда.
- Объем прямой и наклонной призмы призмы.
- Объем пирамиды.
- Объем конуса.
- Объем цилиндра.
- Объем шара.

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

### Контрольная работа №1.

#### Вариант №1.

1. Определите вид треугольника ABC, если  $A(3;7;-4)$ ,  $B(5;-3;2)$ ,  $C(1;3;-10)$ .
2. Даны векторы  $\vec{a} \{3; -1; 1\}$ ,  $\vec{b} \{-5; 1; 0\}$ . Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами.
3. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $BM$ , где  $M$  – середина ребра  $DD_1$ .

### Контрольная работа №2.

#### Вариант 1.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна  $16\pi \text{ см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $30^\circ$ ; б) площадь боковой поверхности конуса.
3. Диаметр шара равен 2м. Через концы диаметра проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

### Контрольная работа №3.

#### Вариант 1.

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите отношение объемов конуса и шара.
2. Объем цилиндра равен  $96\pi \text{ см}^3$ , площадь его осевого сечения –  $48 \text{ см}^2$ . Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

### Контрольная работа №1.

#### Вариант №2.

1. Определите вид треугольника ABC, если  $A(5;-5;-1)$ ,  $B(5;-3;-1)$ ,  $C(4;-3;0)$ .
2. Даны векторы  $\vec{a} \{3; -1; 1\}$ ,  $\vec{c} \{-1; -2; 1\}$ . Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами.
3. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите угол между прямыми  $AC$  и  $DC_1$ .

### Контрольная работа №2.

#### Вариант 2.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен  $60^\circ$ ; б) площадь боковой поверхности конуса.
3. Диаметр шара равен 4м. Через концы диаметра проведена плоскость под углом  $30^\circ$  к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

### Контрольная работа №3.

#### Вариант 2.

1. В конусе, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади поверхности конуса.
2. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объемов шара и цилиндра.

## ЗАЧЕТЫ

### Зачет №1 по теме «Векторы в пространстве»

#### Билет 1.

1. Сформулируйте определение вектора, его длины, коллинеарности двух ненулевых векторов, равенства векторов. Проиллюстрируйте их, используя изображения параллелепипеда.
2. Изобразите тетраэдр ABCD, ребра которого равны. Точки M, N, P и Q – середины сторон AB, AD, DC, BC. Выпишите все пары равных векторов, изображенных на рисунке. Определите вид четырехугольника MNPQ.
3. Дан параллелепипед  $MNPQM_1N_1P_1Q_1$ . Докажите, что  $MQ + M_1Q_1 = N_1P_1 + NP$ .

#### Билет 2.

1. Расскажите о правиле треугольника сложения двух векторов. Сформулируйте определение противоположных векторов. Разность двух векторов. Проиллюстрируйте эти правила на рисунке.
2. Упростите выражение:  $AB + MN + BC + CA + PQ + NM$ .
3. Дан параллелепипед  $MNPQM_1N_1P_1Q_1$ . Докажите, что  $PQ + NP_1 = NQ_1$ .

#### Билет 3.

1. Расскажите о правиле многоугольника нескольких векторов. Проиллюстрируйте его на рисунке.
2. Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ . Укажите вектор  $x$ , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что  $AC_1 - BB_1 + x = AB$ .
3. Точка K – середина ребра  $B_1C_1$  куба  $ABCA_1B_1C_1D_1$ . Разложите вектор AK по векторам  $a = AB$ ,  $b = AD$ ,  $c = AA_1$  и найдите длину этого вектора, если ребро куба равно  $m$ .

#### Билет 4.

1. Расскажите о правиле параллелограмма сложения двух векторов. Проиллюстрируйте его на рисунке.
2. Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ . Укажите вектор  $x$ , начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что  $AA_1 + B_1C - x = BA$ .
3. Основанием пирамиды с вершиной O является параллелограмм ABCD, диагонали которого пересекаются в точке M. Разложите векторы OD и OM по векторам  $a = OA$ ,  $b = OB$ ,  $c = OC$ .

#### Билет 5.

1. Сформулируйте определение вектора  $a$  на число  $k$ , сочетательный, первый и второй распределительные законы умножения вектора на число. Проиллюстрируйте их на примерах.
2. Изобразите правильный октаэдр ABCDEF. Докажите, что  $AB + FB = DB$ .
3. Точки  $A_1, B_1, C_1$  – середины сторон BC, AC, AB треугольника ABC, точка O – произвольная точка пространства. Докажите, что  $OA_1 + OB_1 + OC_1 = OA + OB + OC$ .

#### Билет 6.

1. Сформулируйте определение компланарных векторов. Приведите примеры компланарных и некомпланарных векторов, используя изображение параллелепипеда.
2. Дан параллелепипед  $ABCA_1B_1C_1D_1$ . Найдите сумму векторов  $AB + B_1C_1 + DD_1 + CD$ .
3. В тетраэдре ABCD точка K – середина медианы  $BB_1$  грани BCD. Разложите вектор AK по векторам  $a = AB$ ,  $b = AC$ ,  $c = AD$ .

## Зачет №2 по теме «Метод координат в пространстве»

### Билет 1.

1. Расскажите, как задаётся прямоугольная система координат в пространстве и как определяются координаты вектора.
2. Выведите формулы, выражающие координаты точки пересечения медиан треугольника через координаты его вершин.
3. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , точка  $M$  – центр грани  $AA_1D_1D$ . Вычислите угол между векторами  $BM$  и  $B_1C$ .

### Билет 2.

1. Расскажите о связи между координатами векторов и координатами точек.
2. Выведите формулы, выражающие координаты середины отрезка через координаты его концов.
3. Вычислите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если  $A(1;1;0)$ ,  $B(3;1;0)$ ,  $C(4;-1;2)$ ,  $D(0;1;0)$ .

### Билет 3.

1. Сформулируйте определение скалярного произведения двух векторов. Сформулируйте условие перпендикулярности двух ненулевых векторов, используя скалярное произведение.
2. Выведите формулу для вычисления длины вектора по его координатам.
3. Даны точки  $A(0;4;0)$   $B(2;0;0)$   $C(4;0;4)$   $D(2;4;4)$ . Докажите, что  $ABCD$  – ромб.

### Билет 4.

1. Сформулируйте свойство скалярного произведения векторов. Докажите некоторые из этих свойств.
2. Выведите формулу для вычисления расстояния между двумя точками с заданными координатами.
3. Даны координаты трёх вершин параллелограмма  $ABCD$ :  $A(-6;-4;0)$   $B(6;-6;2)$   $C(10;0;4)$ . Найдите координаты точки  $D$  и угол между векторами  $AC$  и  $BD$ .

### Билет 5.

1. Докажите, что центральная и осевая симметрии являются движениями.
2. Выведите формулу косинуса угла между ненулевыми векторами с заданными координатами.
3. Даны векторы  $a\{1;-2;-1\}$ ,  $b\{-3;1;4\}$ ,  $c\{3;4;-2\}$ ,  $d\{2;-1;3\}$ . Вычислить  $(a + 2b)(c-d)$ .

### Билет 6.

1. Докажите, что зеркальная симметрия и параллельный перенос являются движениями.
2. Расскажите, как вычислить угол между двумя прямыми в пространстве с помощью направляющих этих прямых.
3. Даны координаты вершин тетраэдра  $MABC$ :  $M(2;5;7)$   $A(1;-3;2)$   $B(2;3;7)$   $C(3;6;0)$ . Найти расстояние от точки  $M$  до точки  $O$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ .



## Зачет №3 по теме «Цилиндр, конус, шар»

### Билет 1.

1. Сформулируйте определение цилиндра, его элементов (основания, ось, образующая, боковая поверхность, высота, радиус основания). Осевое сечение цилиндра и сечение цилиндра плоскостью, параллельной основаниям. Площадь поверхности цилиндра (с объяснением).
2. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Найдите площадь сечения, если высота цилиндра равна 7 см, а расстояние между осью цилиндра и секущей плоскостью равно 2 см.
3. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно  $a$ . Найдите площадь осевого сечения вписанного цилиндра.

### Билет 2.

1. Сформулируйте определение конуса, его элементов (основание, образующая, ось, боковая поверхность, высота, радиус основания). Осевое сечение конуса и сечение конуса плоскостью, параллельной основанию. Площадь поверхности конуса (с выводом).
2. Высота конуса равна 10 см, угол между высотой и образующей конуса равен  $45^\circ$ . Найдите площадь сечения конуса плоскостью, проведенной через две образующие, угол между которыми  $30^\circ$ .
3. Радиус шара равен 12 см. Через конец радиуса проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите площадь сечения.

### Билет 3.

1. Сформулируйте определение усеченного конуса, его элементов (основания, образующая, ось, боковая поверхность, высота, радиус основания). Осевое сечение усеченного конуса и сечение усеченного конуса плоскостью, параллельной основаниям. Площадь поверхности усеченного конуса.
2. Радиусы оснований усеченного конуса 6 и 2 см, образующая наклонена к основанию под углом  $60^\circ$ . Найдите высоту и образующую конуса.
3. Диагональ осевого сечения равностороннего цилиндра равна 8 см. Найдите площадь его основания.

### Билет 4.

1. Сформулируйте определение сферы и шара, его элементов (центр, радиус, диаметр). Сечения шара. Уравнение сферы.
2. Через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу в  $60^\circ$ , проведено сечение, составляющее с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите площадь сечения, если радиус основания равен 4 см.
3. Площадь осевого сечения равностороннего цилиндра (диаметр равен образующей) равна  $16 \text{ см}^2$ . Найдите боковую поверхность вписанной в цилиндр правильной шестиугольной призмы.

### Билет 5.

1. Сформулируйте определение касательной плоскости к сфере. Докажите свойство касательной плоскости.
2. Ребро куба равно  $a$ . Найдите площадь осевого сечения описанного цилиндра.
3. Образующая конуса равна 13 см. В конус вписана пирамида, основанием которой служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите высоту пирамиды.

### Билет 6.

1. Сформулируйте определение сферы и шара, его элементов (центр, радиус, диаметр). Расскажите о взаимном расположении сферы и плоскости.
2. Радиус шара равен  $R$ . Найдите площадь диагонального сечения вписанного куба.
3. Образующая конуса равна 4 см и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите боковую поверхность вписанной в конус правильной треугольной пирамиды.

## Зачет №4 по теме «Объемы тел»

### 1 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

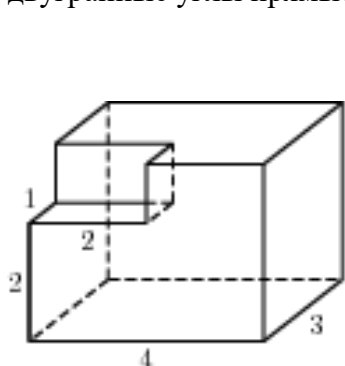


Рис. 1

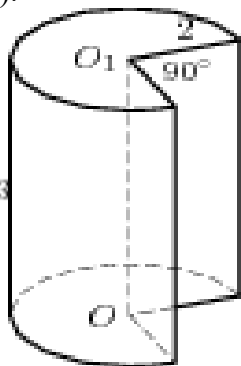


Рис. 2

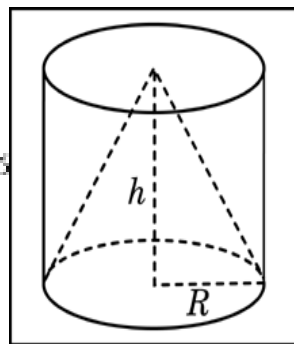


Рис. 3

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами 6,7 см и 8 см, угол между этими сторонами равен  $30^\circ$ , а высота призмы равна 10 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту (рис.3). Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 36.

5. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 22 раза?

6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 5, а основание — прямоугольник со сторонами 7 и 6.

7. В цилиндрический сосуд налили  $4000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 18 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 9. Найдите площадь поверхности шара.

### 2 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

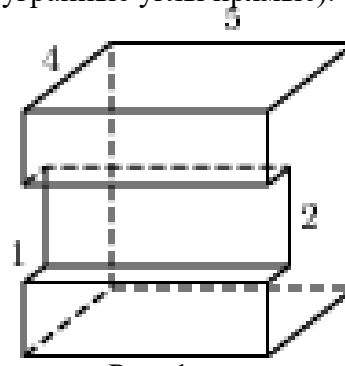


Рис. 1

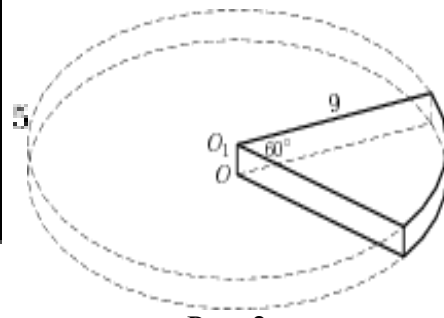


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с катетами  $5\sqrt{2}$  см и  $7\sqrt{18}$  см, а высота призмы равна 9 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 27. Найдите объем цилиндра.

5. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 9 раз?

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 9, боковое ребро равно 11. Найдите ее объем.

7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $5300 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 29 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 50. Найдите площадь поверхности шара.

### 3 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

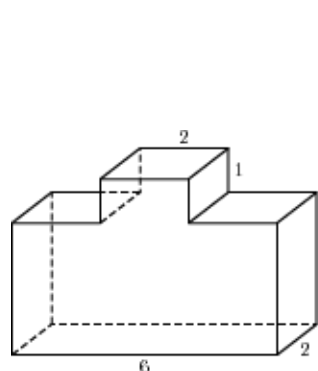


Рис. 1

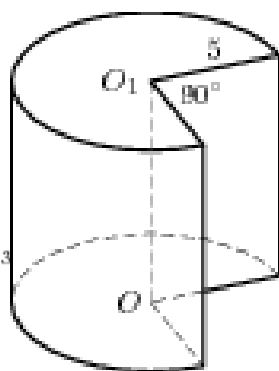


Рис. 2

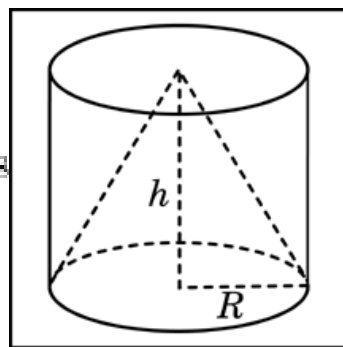


Рис. 3

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит трапеция с основаниями 6,8 см и 4,12 см и высотой 7 см, а высота призмы равна 5 см.
3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .
4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту (рис. 3). Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 27.
5. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 6 раз?
6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 1, а основание — прямоугольник со сторонами 4 и 3.
7. В цилиндрический сосуд налили  $5000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 25 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .
8. Площадь большого круга шара равна 39. Найдите площадь поверхности шара.

### 4 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

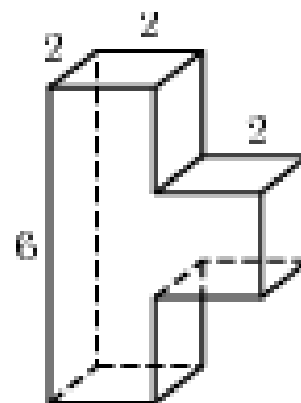


Рис. 1

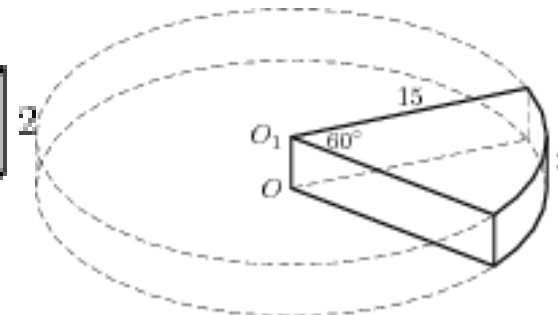
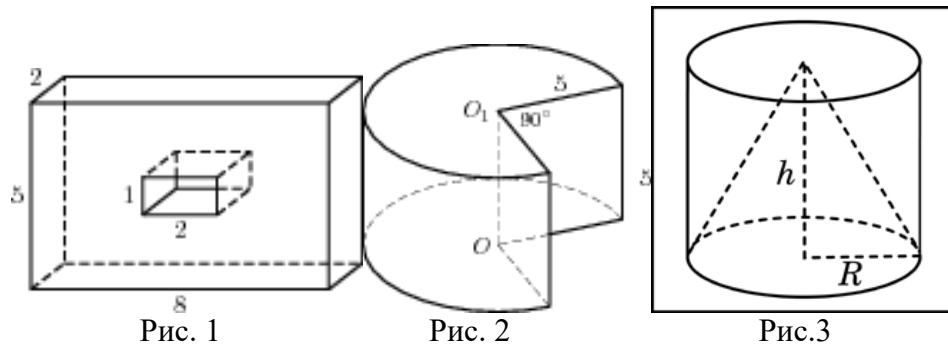


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит треугольник, две стороны которого равны 9 см и  $7\sqrt{2}$  см и угол между ними равен  $45^\circ$ , а высота призмы равна 12 см.
3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .
4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 64. Найдите объем цилиндра.
5. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 26 раз?
6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 3, боковое ребро равно 9. Найдите ее объем.
7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $2900 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 35 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .
8. Площадь большого круга шара равна 8. Найдите площадь поверхности шара.

## 5 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).



2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм, одна из сторон которого равна 5,6 см, а высота, проведенная к этой стороне равна 3,4 см, если известно, что высота этой призмы равна 15 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту (рис. 3). Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 15.

5. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 6,5 раза?

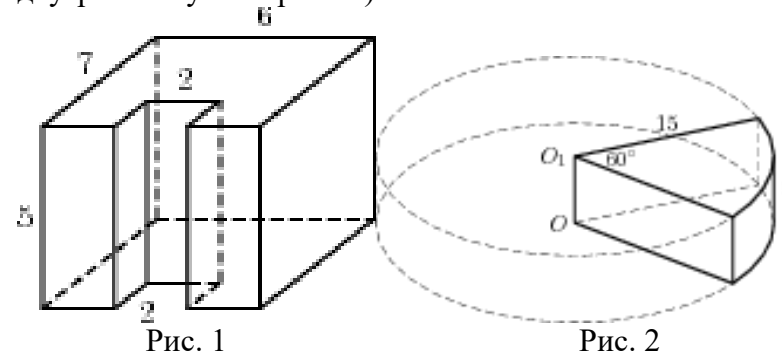
6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6, а основание — прямоугольник со сторонами 8 и 8.

7. В цилиндрический сосуд налили  $3000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 25 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 4. Найдите площадь поверхности шара.

## 6 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).



2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{4}$  прямоугольник со сторонами  $5^3$  см и  $8^4$  см, если высота призмы равна 20 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 21. Найдите объем цилиндра.

5. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в четыре раза?

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 5, боковое ребро равно 16. Найдите ее объем.

7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $5700 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 33 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 37. Найдите площадь поверхности шара.

## 7 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

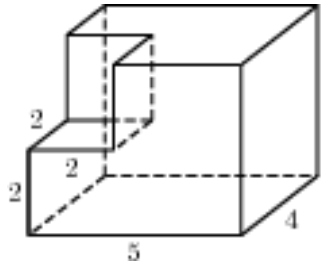


Рис. 1

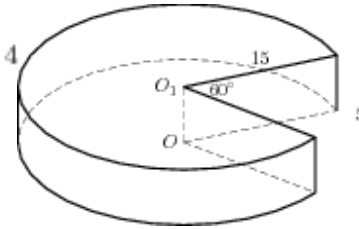


Рис. 2

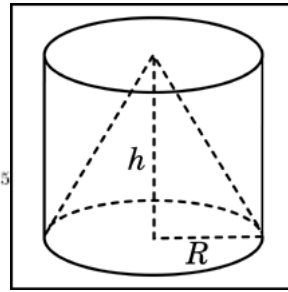


Рис. 3

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами  $7\sqrt{3}$  см и 9 см, угол между этими сторонами равен  $60^\circ$ , а высота призмы равна 12 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту (рис.3). Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 87.

5. Во сколько раз уменьшится объем шара, если его радиус уменьшить в 7 раз?

6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 1, а основание — прямоугольник со сторонами 2 и 6.

7. В цилиндрический сосуд налили  $2000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 15 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 3 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 18. Найдите площадь поверхности шара.

## 8 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

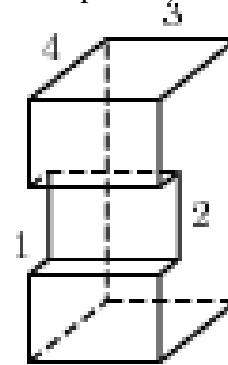


Рис. 1

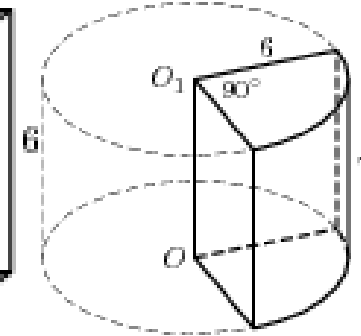


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с катетами  $4\sqrt{5}$  см и  $3\sqrt{20}$  см, а высота призмы равна 8 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 14. Найдите объем цилиндра.

5. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в десять раз?

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 8, боковое ребро равно 10. Найдите ее объем.

7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $2200 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 28 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 35. Найдите площадь поверхности шара.

## 9 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

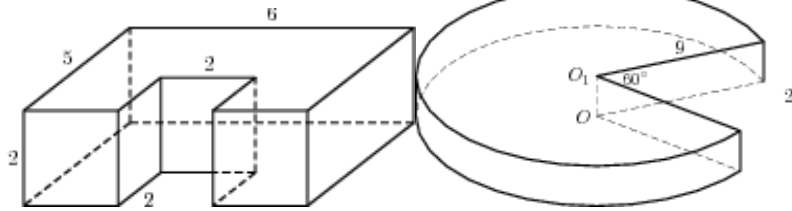


Рис. 1

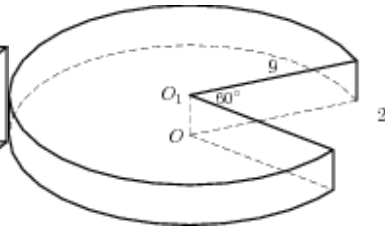


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит трапеция с основаниями 7,16 см и 5,04 см и высотой 5 см, а высота призмы равна 10 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту (рис. 3). Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 81.

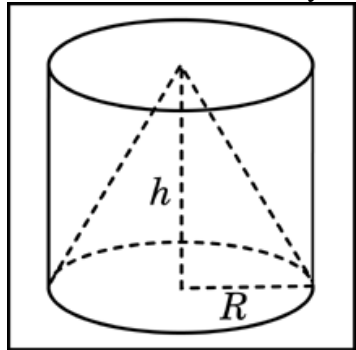


Рис. 3

5. Во сколько раз уменьшится объем цилиндра, если его радиус уменьшить в 5 раз?

6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 5, а основание — прямоугольник со сторонами 6 и 5.

7. В цилиндрический сосуд налили  $3000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 15 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 3 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 11. Найдите площадь поверхности шара.

## 10 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

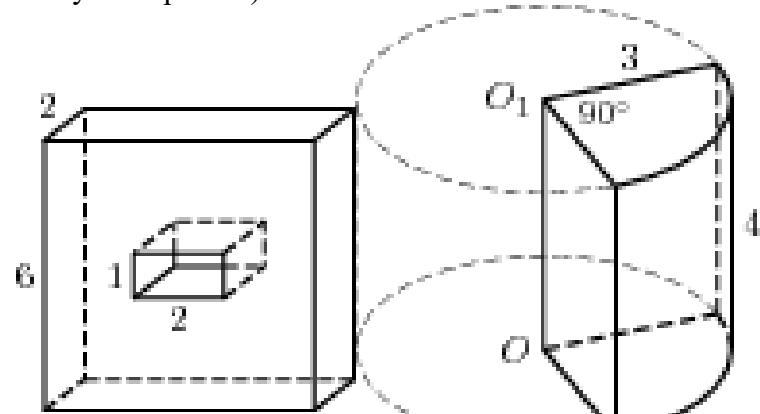


Рис. 1

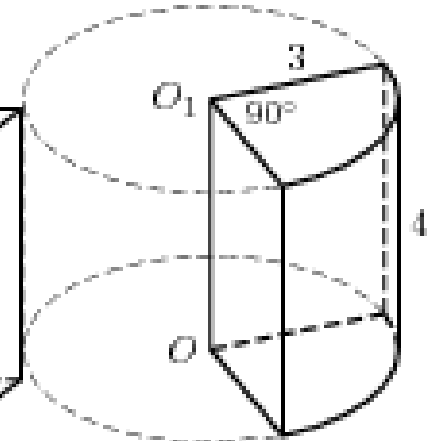


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит треугольник, две стороны которого равны 9,5 см и 14 см и угол между ними равен  $30^\circ$ , а высота призмы равна 4,6 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке 2. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 53. Найдите объем цилиндра.

5. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 10 раз?

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 7, боковое ребро равно 11. Найдите ее объем.

7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $4300 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 29 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 42. Найдите площадь поверхности шара.

## 11 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке 1 (все двугранные углы прямые).

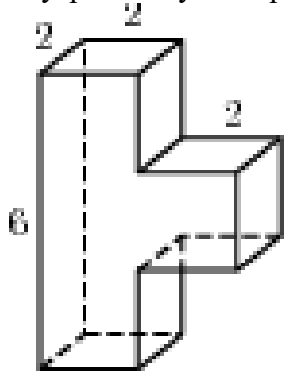


Рис. 1

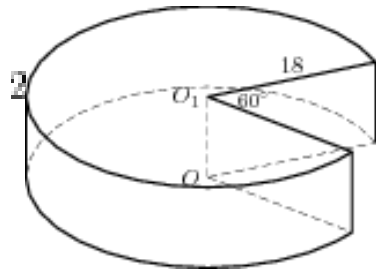


Рис. 2

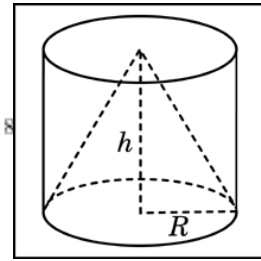


Рис. 3

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит параллелограмм, одна из сторон которого равна 9,04 см, а высота, проведенная к этой стороне равна 6,5 см, если известно, что высота этой призмы равна 11 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем конуса, если объем цилиндра равен 75.

5. Во сколько раз увеличится объем цилиндра, если его радиус увеличить в 4 раза?

6. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 3, а основание — прямоугольник со сторонами 4 и 4.

7. В цилиндрический сосуд налили  $1000 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 8 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 6 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 38. Найдите площадь поверхности шара.

## 12 вариант

1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

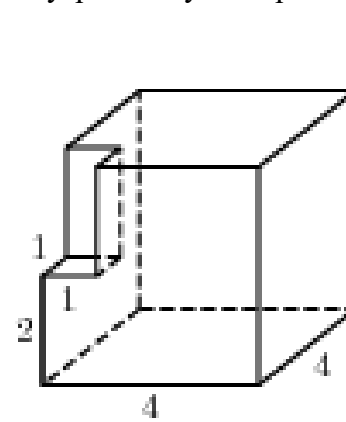


Рис. 1

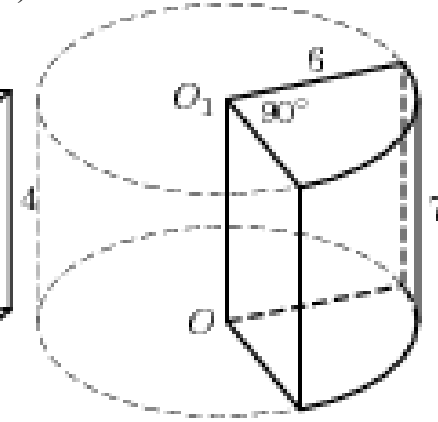


Рис. 2

2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит

прямоугольник со сторонами  $7\frac{1}{6}$  см и  $3\frac{3}{5}$  см, если высота призмы равна 7 см.

3. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

4. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 12. Найдите объем цилиндра.

5. Во сколько раз уменьшится объем цилиндра, если его высоту уменьшить в 3 раза?

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 8, боковое ребро равно 14. Найдите ее объем.

7. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $4000 \text{ см}^3$  воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 26 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

8. Площадь большого круга шара равна 40. Найдите площадь поверхности шара.